

Exercice

Un loueur de voitures dispose au 1^{er} janvier 2023 d'un total de 10000 voitures pour l'Europe.

Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1^{er} janvier de chaque année, 25% de son parc automobile et d'acheter 3000 voitures neuves.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1^{er} janvier de l'année 2023 + n . En particulier $u_0 = 10000$.

- 1) Justifier la relation de récurrence $u_{n+1} = 0.75u_n + 3000$.
- 2) On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = u_n - 12000$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0.75 et déterminer son premier terme.
 - b) Exprimer v_n en fonction de l'entier naturel n .
- 3) En déduire $u_n = 12000 - 2000 \times 0.75^n$.
- 4) A l'aide de la calculatrice, conjecturer la limite de la suite (u_n) .
- 5) Interpréter cette limite pour le loueur de voiture.
- 6) Montrer que la suite (u_n) est croissante.
- 7) Ecrire un algorithme en Python qui détermine au bout de combien d'année le parc automobile du loueur contiendra un nombre de voitures strictement supérieur à 11950.